***Сочетания (без повторений).***

***Определение.*** Сочетаниями называются соединения, содержащие по *n* элементов из числа *m* данных элементов и различающихся друг от друга по крайней мере одним элементом.

Сочетания являются частным случаем размещений. Сочетания – это размещения, которые различаются друг от друга по крайней мере одним элементом. Перестановка элементов в одном из сочетаний то же самое сочетание.

Число сочетаний из *m* элементов по *n* обозначается символом .

Для того чтобы найти способ вычисления числа сочетаний из *m* элементов по *n* элементов, запишем все размещения из четырех элементов по 3 так, чтобы в первой строке стояли все различные сочетания, а каждый столбец представлял одно и то же сочетание:

АБВ, АБД, АВД, БВД – это различные сочетания, их количество .

Таких строк столько, сколько можно перестановок из трех элементов, т.е. 

Итак, ; .

Можно предложить учащимся следующие задание: записать все размещения из трех элементов по 2 так, чтобы в первой строке стояли различные сочетания, а каждый столбец представлял одно и то же сочетание. Выполнив это, они придут к формуле:

, т.е. .

Анализируя два числовых равенства:

 и ,

Учащихся можем подвести к формуле:

.

**Задача 3.4.1.** На тренировках занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть организовано тренером разных стартовых пятерок?

**Решение: .**

**Задача 3.4.2.** Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 7 членов можно образовать из 14 преподавателей?

**Решение: .**

**Задача 3.4.3.** В чемпионате страны по футболу (высшая лига) участвует 18 команд, причем каждые две команды встречаются между собой дважды. Сколько матчей играется в течение сезона?

**Решение:** В первом круге состоятся матча. Столько же матчей будет сыграно и во втором круге – всего 306 встреч.

**Задача 3.4.4.** В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выделить двух человек на дежурство, если: один из них должен быть старшим; старшего быть не должно?

**Решение: ; .**

**Задача 3.4.5.** Для полета на Марс необходимо укомплектовать следующий экипаж космического корабля: командир, его первый помощник, второй помощник, два бортинженера (обязанности которых одинаковы) и один врач. Командная тройка может быть отобрана из числа 25 готовящихся к полету летчиков, два бортинженера – из числа 20 специалистов, в совершенстве знающих устройство космического корабля, и врач – из числа 8 медиков. Сколькими способами можно укомплектовать команду космического корабля?

**Решение:** Командная тройка может быть укомплектована  способами, так как каждый из ее членов строго несет свои функции, пара бортинженеров - способами, врач -  способами.

Весь экипаж может быть укомплектован: способами.

**Задача 3.4.6.** Во взводе три сержанта и 30 солдат. Сколькими способами можно выделить одного сержанта и трех солдат для патрулирования?

**Решение:** Чтобы закрепить навыки вычисления числа сочетаний, можно решить следующие задачи.

Доказать:

; ; ; ; ; .

Вычислить: ; ; ; ; ; ; .

Отсюда получаем равенство: , , , , ,

на основании которых можно было бы говорить об одном из свойств числа сочетаний. Однако сейчас этого делать не будем, а используем полученные сведения в дальнейшем.

Перед тем как рассматривать свойства числа сочетаний, закодируем сочетания из четырех элементов (А, Б, В, Г) по три следующим образом:

1 означает, что буква взята для данного сочетания;

0 означает, что буква не взята для данного сочетания.

Так, слово 1100 соответствует сочетанию АБВ, 1101 – сочетанию АБГ, 1011 – сочетанию АВГ, 0111 – сочетанию БВГ.

Чтобы найти все сочетания из четырех элементов по три, надо найти все слова из четырех букв (цифр), в которых три раза стоит 1 и один раз 0.

**Задача 3.4.7.** Из четырех элементов (А, Б, В, Г) составим все сочетания по два и закодируем по тому же принципу, который изложен выше.

Имеем:

 АБ, АВ, АГ, БВ, БГ, ВГ

1100, 1010, 1001, 0110, 0101, 0011

Итак, число сочетаний из четырех элементов по два совпадают с числом слов из четырех букв (цифр), в которых два раза стоит 1 и два раза 0.