***Основные свойства числа сочетаний.***

**Задача 3.5.1.** Имеются пять ящиков, пронумерованных числами от 1 до 5. Сколькими способами в этих ящиках можно расположить три одинаковых шара, чтобы каждый ящик содержал не более одного шара?

Так как реальными ящиками и шарами пользоваться неудобно, то можно предложить делать это с помощью рисунков.

Например:

1 2 3 4 5

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

Чтобы облегчить поиск решения, можно использовать кодировку этих рисунков. Например, если в ящике есть шар, то будем писать букву Ш, а пустой ящик обозначим буквой П. Тогда сделанные рисунки закодируются следующим образом:

Ш П Ш Ш П

П Ш Ш Ш П

Ш Ш Ш П П

П Ш П Ш Ш

**Задача 3.5.1** сводится к тому, чтобы найти все слова из пяти букв, в которых трижды входит буква Ш и дважды буква П.

Существует 10 способов расположить три шара в пяти ящиках (не более одного шара в ящике), т.е. . Далее надо предложить учащимся заменить П на Ш, а Ш на П. Так определится количество способов, которыми можно расположить два шара в пяти ящиках (не более одного шара в ящике). Это количество равно 10. Итак, .

Вполне естественно поставить задачу о количестве расположений одного шара (четырех шаров) в пяти ящиках (не более одного шара я ящике). В этих двух случаях ситуация гораздо проще и учащиеся обнаружат пять возможных расположений.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |



Можно решить такую задачу. Сколькими способами в пяти ящиках можно расположить: пять шаров (не более одного шара в ящике); 0 шаров?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

, это расположение соответствует слову ШШШШШ.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

, нет никакого расположения нуля шаров в ящиках. Это соответствует слову ППППП.

Такое небольшое исследование приводит к следующей таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число сочетаний |  |  |  |  |  |  |
| Значение | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 |

Из этой таблицы видно:

, , .

На основании вышеизложенного можно составить еще две подобные таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число сочетаний |  |  |  |  |  |  |  |
| Значение | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |

, , .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число сочетаний |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Значение | 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 |

, , , .

На основании этих таблиц запишем следующее важное свойство числа сочетаний:

.

Использование этого свойства существенно упрощает вычисления. Например,

;

;

 и т.д.