***Размещения (без повторений).***

Решим следующие задачи:

1. Даны три элемента: А,Б,В, Составим из них соединения по одному элементу – это А,Б,В, Такие соединения называются размещениями из трех элементов по одному, их количество равно 3.

Составим теперь из этих элементов такие соединения по два элемента, которые отличаются друг от друга либо порядком, либо самими элементами (хотя бы одним). Получим соединения: АБ, АВ, БВ, БА, ВА, ВБ. Такие соединения называются размещениями из трех элементов по два, их количество равно 6.

Составим из этих элементов соединения по три в каждом, отличающиеся либо порядком элементов, либо самими элементами. Это АБВ, АВБ, БАВ, БВА, ВАБ, ВБА – размещения из трех элементов по три, их количество равно 6.

1. Даны четыре элемента: А, Б, В, Г, Составим из них соединения по одному – это А, Б, В, Г. Такие соединения называются размещениями их четырех элементов по одному, их количество равно 4.

Составим из этих четырех элементов такие соединения по два элемента, которые отличаются друг от друга либо порядком, либо самими элементами (хотя бы одним). Получим соединения АБ, АВ, АГ, БВ, БГ, ВГ, БА, ВА, ГА, ВБ, ГБ, ГВ. Они называются размещениями из четырех элементов по два: их 12. Соединения АБ и БА отличаются порядком элементов, АБ, АГ – одним элементом, АБ, ВГ – самими элементами.

***Определение.*** Размещениями называются соединения, содержащие по *n* элементов из числа данных *m* элементов (где *mn*) и различающиеся либо порядком элементов, либо самими элементами.

Число размещения из *m* элементов по *n* обозначается символом .

Решим задачу «Четверо вокруг стола» с привлечением дерева возможных вариантов.

1. Сколькими способами можно разместить четырех человек (А, Б, В, Г) вокруг стола, на котором стоят четыре прибора – золотой (з), серебряный (с), мельхиоровый (м), фарфоровый (ф)?

Существует четыре способа занять место самым почетным золотым прибором, т.е. (см. дерево вариантов). В каждом из этих четырех случаев имеются три способа занять место за серебряным прибором.

Таким образом, занять два места за золотым и серебряным прибором можно  способами, т.е. . В каждом из этих 12 случаев есть два способа занять место за мельхиоровым прибором. Значит, имеются способа занять место за золотым, серебряным и мельхиоровым приборами, т.е.  Наконец, остается усадить последнего человека за фарфоровый прибор. Итак, существуют  способов занять все четыре места, т.е. .

Для отыскания решения этой задачи (и множества других комбинаторных задач) используют принцип умножения. Этот принцип позволяет произвести подсчет кольцевых ветвей дерева если каждая основная ветвь делится на одно и то же число ветвей и каждая из получивших ветвей делится на одно и то же число ветвей и т.д., то количество кольцевых ветвей равно произведению этих чисел.

У рассмотренного нами дерева 4 основных ветви, каждая из которых делится на 3, каждая из вновь полученных делится на две ветви, а затем от каждой следующей идет одна ветвь. Число решений – это количество кольцевых ветвей, которое определяется как .

Рассуждая аналогично, получим

; ;

; ;



Анализируя полученные равенства, можно сказать, что при определении надо записать произведение трех множителей, первый из которых 7, а остальные на 1 меньше предыдущего, т.е.



Существует формула числа размещений из *m* элементов по *n* элементов в таком виде:

.

Найти: , , , , , , , , , , , , .

1. Сколькими способами можно выбрать три лица различные должности из 10 кандидатов?

**Решение: **

1. В пятом классе изучают 11 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 5 уроков по разным предметам?

**Решение:** 

**Задача 3.2.6.** В соревнованиях высшей лиги по футболу участвуют 18 команд. Борьба идет за золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами могут быть распределены медали между командами?

**Решение: **

1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 7, 9?

**Решение: **

1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, 6, 7?

**Решение: **

1. В профком избрано 9 человек. Из них надо выбрать представителя, его заместителя, секретаря и культорга. Сколькими способами это можно сделать?

**Решение: **

1. Сколькими способами можно опустить 5 писем в 11 почтовых ящиков, если в каждый ящик опускают не более одного письма?

**Решение: **

1. Сколькими способами можно выбрать 9 из 36 различных карт?
2. Сколькими способами можно составить комиссию в составе трех человек, выбирая их из четырех супружеских пар, если: а) в комиссию могут входить любые три из восьми человек; б) в комиссию не могут входить члены одной семьи?
3. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «выборка»?
4. Сколько всего сигналов можно составить, меняя порядок семи различных флагов: красного, синего, зеленого, желтого, коричневого, черного и белого?
5. Сколькими способами можно распределить 10 различных писем по 10 различным конвертам?
6. Алхимик знает, что для приготовления эликсира жизни нужно смешать в определенных пропорциях имеющиеся у него 20 различных жидкостей. Ему неизвестно только в каком порядке следует смешивать эти жидкости. Сколько всего существует таких порядков?
7. Сколько словарей надо издать, чтобы можно было осуществить непосредственный перевод с любого из 5 языков; русского, немецкого, английского, французского, итальянского на любой из этих языков?
8. Сколько всевозможных четырехзначных чисел без повторения цифр можно составить из цифр 0, 1, 2, 3. 4, 5, 6, 7 так, чтобы в каждом числе была единица?
9. В классе изучают 10 предметов. В понедельник 6 уроков, при­чем все уроки разные. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?
10. В кинотеатр пришли на сеанс 70 человек, всего же в кинотеатре 100 мест. Сколькими способами могли бы сесть зрители?
11. Сколькими способами можно распределить между четырьмя отпускниками четыре путевки в различные дома отдыха?
12. На семь сотрудников выделено пять путевок. Сколькими спосо­бами их можно распределить, если: а) все путевки различны; б) все путевки одинаковы?
13. Сколько различных пятицветных флагов можно сделать из 5 полотен разных цветов так, чтобы каждое полотно занимало толь­ко одну полосу?
14. В выпуклом семиугольнике проведены всевозможные Диаго­нали, при этом никакие три из них не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения указанных диагоналей?
15. Дано семь различных чисел. Сколько можно составить все­возможных произведений из этих чисел, состоящих: а) из двух различных множителей; б) из четырех различных множителей?
16. Из восьми цветков (роза, астра, тюльпан, гвоздика, гладиолус, фиалка, ромашка, лилия) надо составить букет так, чтобы в него входило пять или семь цветков. Сколько способов существует для этого?
17. Сколькими способами можно составить разведывательную группу из трёх офицеров и семи солдат, если всего 10 офицеров и 20 солдат?
18. Из группы, состоящей из 3 девочек и 7 мальчиков, нужно соста­вить команду из пяти человек, содержащую не более двух дево­чек. Сколькими способами это можно сделать?
19. В фортепьянном кружке занимаются 10 человек, кружке ху­дожественного слова - 15, вокальном кружке - 12 и в фото­кружке - 20 человек. Сколькими способами можно составить бри­гаду из 4-х чтецов, 3-х пианистов, пяти певцов и одного фотогра­фа?
20. Излаборатории, в которой работает 20 человек, 5 сотрудников должны уехать в командировку. Сколько может быть различных составов этой группы, если начальник лаборатории, его замести­тель и главный инженер одновременно уезжать не должны?
21. Из группы, состоящей из 7 мужчин и 4 женщин, выбрать 6 че­ловек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколь­кими способами можно это сделать?
22. Сколько может быть случаев выбора двух карандашей и трех ручек из пяти различных карандашей и шести различных ручек?
23. В состав сборной включены 2 вратаря, 5 защитников, 6 по­лузащитников, 6 нападающих. Сколькими способами тренер мо­жет выставить на поле команду, в которую входит вратарь, 3 за­щитника, 4 полузащитника ив нападающих?
24. У одного человека имеется 7 книг по математике, а у другого – 9. Сколькими способами они могут обменять друг у друга две книги на две книги?
25. Сколькими способами можно составить команду из трех сту­дентов 5 курса и двух студентов 4 курса для участия в олимпиаде, если на 5 курсе обучается 80 человек, а на четвертом - 100?